ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ(σελ. 236 – 241)

(I)

1) Α , ιδιότητες ορισμένου ολοκληρώματος

2) Ψ , π.χ. f(x) = x και g(x) = $\frac{1}{x}$ με $x\neq 0$. Τότε $\int_1^2 f(x)\cdot g(x)dx=\int_1^2 x\cdot\frac{1}{x}dx=\int_1^2 1dx=[x]_1^2$ =2 – 1=1 ,ενώ

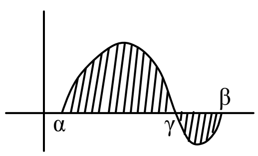
$\int_1^2 f(x)dx\cdot\int_1^2 g(x)dx=\int_1^2 xdx\cdot\int_1^2\frac{1}{x}dx=\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^2\cdot[\ln x]_1^2=\frac{3}{2}\cdot\ln 2$.

3) Α , εξ ορισμού (εκτός αν είναι ελλιπής η εκφώνηση με τη συμπλήρωση ότι f συνεχής στο [α,β], οπότε σ’αυτή την περίπτωση είναι **Ψ**)

4) Ψ ,π.χ. $\int_0^{2\pi}$ ημxdx =0 ,όμως η f(x)=ημx $\neq 0$, για $x\in[0,2\pi]$

5) Α ,(πάλι με τη συμπλήρωση ότι f συνεχής στο [α,β])

6) Ψ ,π.χ. για τη συνάρτηση του παρακάτω σχήματος είναι $\int_\alpha^\beta f(x)dx>0$,ενώ f(x) <0 για $x\in(\gamma,\beta)$



7) Α , είναι $x^4+1 < x^4+x^2+1$ για κάθε $x\neq 0$, οπότε $\int_{-\alpha}^{\alpha}(x^4+1)dx<\int_{-\alpha}^{\alpha}(x^4+x^2+1)dx$.

8) Α ,είναι $\int_0^{\pi/4}\ln(1-\eta\mu^2 x)dx=\int_0^{\pi/4}\ln(\sigma\upsilon\nu^2 x)dx=\int_0^{\pi/4}2\ln(\sigma\upsilon\nu x)dx=2\cdot\int_0^{\pi/4}\ln(\sigma\upsilon\nu x)dx$

9) Α, εκτός ύλης

10) Α, είναι $\int_e^1\ln\frac{1}{t}dt=\int_e^1(\ln 1-\ln t)dt=\int_e^1(-\ln t)dt=-\int_e^1\ln t dt=\int_1^e\ln t dt$

11), 12), εκτός ύλης

13) Α

14) Ψ ,τα σημεία τομής της C_f με τον x΄x είναι τα −1 ,0 ,1 (εύκολο) και ο πίνακας προσήμου της f είναι

x	−∞		−1		0		1		+∞
f		−	0	+	0	−	0	+	

Άρα το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται μεταξύ της C_f και άξονα x΄x δίνεται από

Ε(Ω)=$\int_{-1}^0(x^3-x)dx+\int_0^1(-x^3+x)dx$

(II)

1) Σωστό το **Δ ,**Θεμ. Θεωρ. Ολοκλ. Λογισμού $\int_0^1 f'(x)dx=f(1)-f(0)\Rightarrow\int_0^1\eta\mu\pi x dx=f(1)$

$\Rightarrow\left[-\frac{\sigma\upsilon\nu\pi x}{\pi}\right]_0^1$ =f(1) $\Rightarrow -\frac{\sigma\upsilon\nu\pi}{\pi}+\frac{\sigma\upsilon\nu 0}{\pi}$ =f(1) $\Rightarrow$ f(1)= $\frac{2}{\pi}$.

2) Σωστό το **Δ , εκτός ύλης**

3) Σωστό το **Δ , εκτός ύλης**

4) Σωστό το **Α ,**είναι $\int_{-1}^1|x^2-1|dx=\int_{-1}^1(-x^2+1)dx=\left[-\frac{x^3}{3}+x\right]_{-1}^1=...=\frac{4}{3}$

5) Σωστό το **Γ , εκτός ύλης**
6) Σωστό το **Β**
7) Σωστό το **Δ**
8) Σωστό το **Β** **,**αφού f΄(x)=g΄(x), ισχύει ότι f(x) = g(x) + c ,οπότε f(0) = g(0) +c, όμως f(0) = g(0)+2, άρα f(x) = g(x)+2 $\Rightarrow$ f(x) – g(x) = 2 $\Rightarrow \int_{-1}^{1}(f(x)-g(x))dx = \int_{-1}^{1}2dx = \ldots = 4$
9) Σωστό το **Γ ,** F΄(x) =f(x), οπότε F΄(1)=f(1)=2 **εκτός ύλης**
10) Σωστό το **Γ** **,** $\int_{\alpha}^{\delta} f(x)dx = E(\Omega_1) - E(\Omega_2) + E(\Omega_3)$
11) Σωστό το **Δ** **, εκτός ύλης**

(III)

1) εκτός ύλης
2) Καλώς ορισμένα είναι τα **Β,** και **Ζ.**
3) εκτός ύλης
4) προσοχή στην αντικατάσταση $x=\frac{1}{u}$, το $0 \in [-1,1]$, οπότε για x=0, δεν έχει νόημα η αλλαγή μεταβλητής.

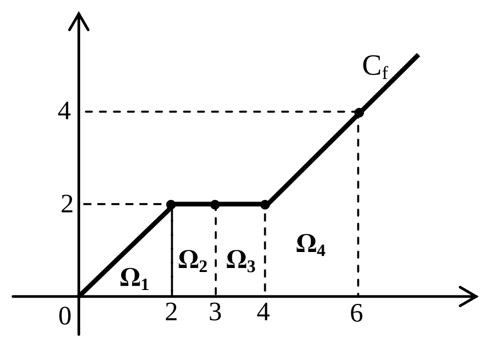
5) $F(0) = \int_0^0 f(t)dt = 0$

$F(2) = \int_0^2 f(t)dt = E(\Omega_1) = 2$ (εύκολα ,εμβαδό τριγώνου)

$F(3) = \int_0^3 f(t)dt = E(\Omega_1)+E(\Omega_2)=2+2=4$

$F(4) = \int_0^4 f(t)dt = E(\Omega_1)+E(\Omega_2)+E(\Omega_3)=2+2+2=6$

$F(6) = \int_0^6 f(t)dt = E(\Omega_1)+E(\Omega_2)+E(\Omega_3)+E(\Omega_4)= 2+2+2+6=12$



Το Ω_4 είναι τραπέζιο με βάσεις 2 και 4, και ύψος 2.